

Matrisen gir en oversikt. Den har to dimensjoner.

- Den første dimensjonen er **videoproduksjonsnivået**. Vi gir eksempler på videoproduksjon på *begynner-, mellom- og avansert nivå*. Disse nivåene er ikke basert på matematikkens vanskelighet. Det er ulike produksjonsnivåer fra nybegynnere til avanserte videoprodusenter. Nivåene bygger også på hverandre. Kunnskapen som oppnås gjennom begynneroppgaven, kan brukes på den viderekomne oppgaven, og kunnskapen som oppnås gjennom den viderekomne oppgaven, kan brukes på den avanserte oppgaven.

- Den andre dimensjonen er **muligheten for matematisk læring**. Vi gir eksempler på *introduksjon, problemløsning og konsolidering*. Dette er ikke vanskelighetsgrader, men ulike deler av læringsprosessen. **vidumath** kan brukes enten når man introduserer et nytt emne, eller når elevene løser et matematisk problem eller for å vurdere eller konsolidere elevenes forståelse.

Muligheter for læring

Introduksjon

Når vi lærer noe nytt, starter vi ikke som blanke ark. Barna har alltid eksisterende erfaring, ideer og konsepter knyttet til det nye temaet. For å bygge ny kunnskap fra eksisterende kunnskap må læreren finne ut hva elevene allerede vet og mener om det nye emnet.

I henhold til konstruktivistisk læringsteori er det best for elever å oppdage fakta og sammenhenger selv. Det er mer sannsynlig at elevene husker konsepter og kunnskap de har oppdaget på egen hånd, enn fakta de bare har hørt eller lest. **vidumath** gir elevene mulighet til på en engasjerende måte å trekke på sin egen tidligere erfaring og eksisterende kunnskap for å finne fakta, sammenhenger og nye sannheter. For å gjøre dette introduserer vi et nytt tema ved å gi elevene en oppdagelsesoppgave. Elevene vil så produsere videoer som viser hvordan de samhandler med verden ved å utforske og manipulere objekter, leke med spørsmål og kontroverser, eller utføre eksperimenter.

Problemløsning

Problemløsning spiller en viktig rolle i matematikk og derfor også i matematikkopplæring. Som det står i *Principles and Standards* (NCTM, 2000, s. 52): «Å løse problemer er ikke bare et mål i matematikkopplæring, men også et viktig middel for å lære seg matematikk.» Hva som regnes som et faktisk problem og ikke bare en oppgave, avhenger av elevenes kunnskaper og ferdigheter. Ved et problem er det viktig at elevene ikke har metoder som er gitt eller som de husker for å løse det. Den velkjente matematikeren George Pólya har skissert fire trinn for problemløsning:

- 1) Forstå problemet
- 2) Utarbeide en plan for å løse problemet
- 3) Utføre planen
- 4) Se tilbake, vurdere om problemet virkelig er løst, reflektere over prosessen

Disse trinnene samsvarer godt med trinnene i et **vidumath**-prosjekt: Å lage et «storyboard» for videoproduksjonen hjelper elevene med å planlegge hvordan de skal løse problemet. Deretter gjør de et enkelt videoopptak som viser hvordan de utfører planen. Den endelige videoen lar elevene se tilbake og reflektere over prosessen.

Konsolidering

Matematikk er et fag der ny kunnskap i stor grad bygger på tidligere kunnskap. Hvis en elev glemmer deler av konsepter, algoritmer, prosedyrer eller konklusjoner hun eller han har lært tidligere, er det helt umulig å bygge videre på læringen. Å insistere på at elevene konsoliderer læringen deres gir et helt avgjørende platå som hjelper dem med å internalisere kunnskap og ferdigheter, slik at de kan utvide, bygge videre på, overføre og anvende forståelsen. Elevene må behandle stoffet som er gjennomgått så langt, og forstå det. Ellers vil elevene forsøke å lære seg hva læreren tenker, i stedet for å gjøre læringen til sin egen. Å bruke tid på å oppsummere og syntetisere stoffet er nøkkelen til undervisning som man kan bygge videre på.

Videoproduksjonsnivå

Begynnernivå

Skjermpoptak / enkelt videoopptak

- Produksjon:** Det lages en video med bare et opptak – uten klipping eller redigering.
- Mulige matematiske innhold:** Det kan være hva som helst som foregår i matematikkundervisningen eller til og med en dokumentasjon: Det kan være korte utsnitt av en matematisk situasjon; Det vil vise en kort idé / et uttrykk; ...

Begynneroppgaven gir en lav terskel for å komme i gang, slik at motivasjon og selvtillit for videoopplæring styrkes. Hvis dere ikke har noe erfaring, er det viktig å starte med helt grunnleggende øvelser. Begynneroppgaver krever svært lite teknologisk forståelse. De kan inneholde fotografier og levende bilder.

Begynneroppgaver omfatter ikke videoedigering. Bildematerialet brukes som det er.

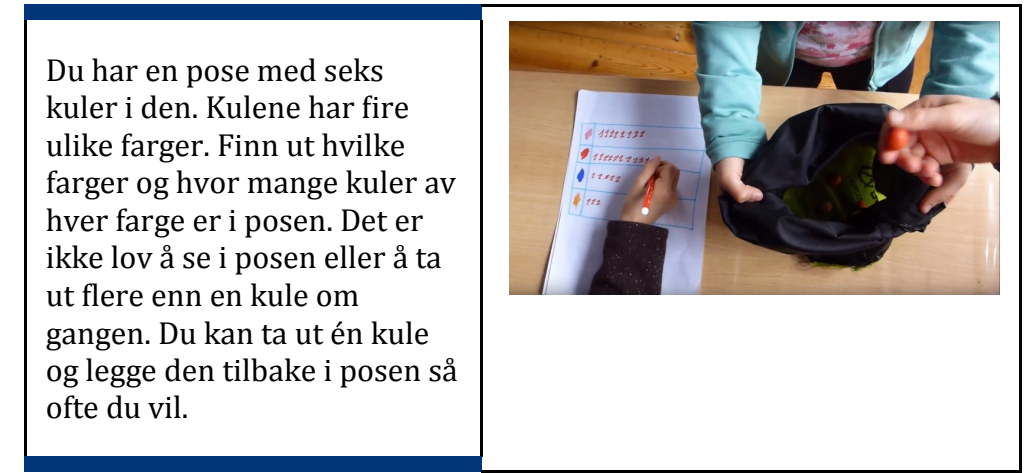
Begynneroppgaven kan brukes til å introdusere et bredt spekter av matematiske tema. Det starter i **barnehagen** med for eksempel emnet «todimensjonale geometriske former». Barna får i oppgave å utforske nabolaget deres og ta bilder som viser hvor ulike figurer fremkommer blant annet på møbler, bygninger og trafikkskilt. Et annet emne er tall. Barna kan ta bilder som enten viser tall, for eksempel tall på skilt eller nummererte gjenstander, eller de tar bilder av mengder med ett gitt antall elementer.

Ved **barneskolen** er innføring av matematiske operasjoner som addisjon og subtraksjon viktig. Når man for eksempel introduserer addisjon, kan elevene bruke oppgaven til å finne en situasjon der summering er relevant, og deretter gjøre et enkelt videoopptak om den. Andre emner som passer i grunnskolen er volum og vekt. Elevene kan gjøre et enkelt videoopptak som viser hvordan de måler volum eller vekt mens de lager mat.

På **mellomtrinn** er brøk et viktig og vanskelig emne. For å introdusere temaet kan elevene bruke oppgaven til å oppdage hvordan brøker brukes i det daglige, og gjøre et enkelt videoopptak som viser hva de finner. Sannsynlighet er et annet vanskelig tema. Elevene kan oppdage hva sannsynlighet handler om når de lager en video om å spille et sjansespill, for eksempel stigespill eller terningkast.

Teknikken med ett enkelt videoopptak passer for alle problemer som kan løses enten rett frem eller ved prøving og feiling, og krever ingen avansert dynamisk visualisering. Vi har prøvd det følgende problemet med fireklassinger i Coimbra:

<https://youtu.be/TFjdAQmq6lo>



Du har en pose med seks kuler i den. Kulene har fire ulike farger. Finn ut hvilke farger og hvor mange kuler av hver farge er i posen. Det er ikke lov å se i posen eller å ta ut flere enn en kule om gangen. Du kan ta ut én kule og legge den tilbake i posen så ofte du vil.

Begynneroppgaven er spesielt egnet for **oppsummering**. Oppsummering er gjentakelse av de sentrale tingene elevene har lært. Det kan gjøres skriftlig eller muntlig, men også gjennom drama, kunst eller musikk – akkurat det som **vidumath** tilbyr. Oppsummering er en svært effektiv læringsstrategi, fordi man må forstå stoffet for å kunne oppsummere det. Elevene må gjenta innholdet for å oppdatere sin forståelse av hovedpoengene. Når elevene lager et storyboard, må de skille mellom de grunnleggende ideene som må inkluderes i videoen, og hvilke deler som kan utelates. Og de må finne sine egne bilder for å visualisere de matematiske konseptene og prosedyrene. Dette fungerer for nesten alle matematiske emner.

Mellomnivå

Stop-motion (animasjon)

- Produksjon:** Stop-motion-teknikken handler om å lage animasjonsfilmer av ting eller tegninger. Bilder settes sammen med en applikasjon på nettbrett eller med videoedigeringsprogramvare. Objektene beveges og et bilde tas etter hver forandring. Det blir som en tegneserie. Bildene settes på en tidslinje og hvert bilde vises bare kort – så begynner de å bevege seg automatisk. Stop-motion er en veldig god introduksjon til ideen «levende bilder».
- Mulige matematiske innhold:** Stop-motion er spesielt godt egnet for matematisk innhold der animasjon fungerer bra: å vise symmetri; å forklare brøk; å forklare former; ...

Den viderekomne oppgaven introduserer videoproduksjon. Hovedforskjellen er at fotografier, filmer og lyd redigeres. Vi har valgt stop-motion som hovedeksempel på mellomnivå, siden det er en lekbetont aktivitet, men også en aktivitet som fint kan gjøres uten at barna opptrer i videoen, eller at man hører stemmene deres (noe som er en bekymring ved enkelte europeiske skoler også i Norge).

Stop-motion hjelper også elevene med å forstå hvordan videoer og levende bilder blir produsert. De er en sekvens av stillbilder. Et «levende» bilde eksisterer egentlig ikke; det skapes i hjernen vår. Når vi ser omtrent 25 stillbilder per sekund, forvandler hjernen dem til et levende bilde.

Så lenge et konsept er direkte relatert til en virkelig situasjon, kan vi fange den med et enkelt videoopptak. Dessverre er de fleste matematiske konsepter abstrakte. De eksisterer bare i hodene våre og har et indirekte forhold til den virkelige verden. Heldigvis er stop-motion en effektiv måte å visualisere abstrakte ideer på. Vi prøvde **vidumath** med mange forskjellige abstrakte matematiske konsepter: likhetstegnet (likninger), symmetri (både speil- og rotasjonssymmetri), addisjonens og multiplikasjonens kommutativitet, proporsjonalitet, summen av vinkler (i en trekant), likeverdige brøker, måling av areal – og det finns flere andre.

Mens elevene planlegger og produserer videoen, kan læreren observere ikke bare hvor mye barna allerede kan om det nye emnet, men også hva slags misoppfatninger de har. En misoppfatning er en konklusjon som er feil, fordi den er basert på feilaktig tenkning eller gale fakta. Misoppfatninger er vanlige for personer som ennå ikke kjenner til alle fakta. Å bli oppmerksom på ens egne misoppfatninger er et nødvendig trinn i læringsprosessen. Dette skjer noen ganger allerede når man planlegger eller filmer videoen, men helt sikkert når man reflekterer over videoene.

Her er noen misoppfatninger og feil vi har observert under prøvene:

- Likhetstegnet betyr: «Regn ut venstre side og skriv resultatet på høyre side!» (Typiske svar på likningen $8 + 4 = \square + 5$ er 12 eller 17.)
- En likning er noe som bare kan løses ved å bruke riktig algoritme. Den er ikke relatert til virkeligheten.
- Brøkenheten er ikke delt inn i like store andeler.
- Beslutninger om brøker er likeverdige eller i hvilken rekkefølge de skal ordnes gjøres når brøker refererer til forskjellige enheter eller tilsvarende enheter som ikke er like store.

Et problem defineres som en oppgave som vi ikke kan løse ved å anvende en algoritme som er gitt eller som vi husker. Det er imidlertid mange generelle strategier som kan brukes når vi skal løse et problem. Effektive strategier for å forstå et problem og forklare løsningen er

- Å visualisere problemet eller en relevant prosess eller situasjon
- Å tegne et bilde eller en figur av problemet eller en relevant prosess eller situasjon
- Å lage en modell av problemet eller en relevant prosess
- Å forestille seg å være problemet, en viktig prosess eller løsningen
- Å simulere eller dramatisere et sentralt element i problemet
- Å tenke på et konkret eksempel

vidumath lar elevene gjøre dette på en kreativ måte. Det følgende problemet kan løses ved prøving og feiling, men for å virkelig forstå løsningen er en visualisering med stop-motion svært nyttig. Vi har prøvd det følgende problemet med en gutt på 13 år:

<https://youtu.be/7pN3zZlJb9k>



Du har en pannekake. Du vil skjære den med en kniv i så mange deler som mulig. Delene trenger ikke å være like store. Hvor mange deler kan du maksimalt få med fire rette snitt?

Når vi tar videoteknikken ett skritt videre fra begynneroppgaven til mellomnivået, kan vi gjøre det samme med elevenes teknikk for å konsolidere kunnskapene deres: Vi går fra oppsummering til **syntetisering**. I stedet for bare å gjenta de sentrale ideene, innebærer syntetisering å kombinere ideer og muliggjøre en dypere forståelse av de matematiske konseptene. Det innebærer å sette enkeltstykker sammen for å se dem på en ny måte. For konseptuell forståelse er det avgjørende at elevene trekker sammenhenger mellom tilsynelatende separate matematiske ideer. For eksempel blir brøker, desimaler, presenter og forhold ofte undervist som separate emner, men faktisk er de bare forskjellige representasjoner av den samme grunnleggende matematiske ideen.

Syntetisering krever at elevene behandler ideene og interagerer med dem i stedet for bare å kopiere og lime inn informasjon. Elevene tar aktivt del i stoffet når de klassifiserer, analyserer, kombinerer, trekker ut detaljer, reviderer verdien av de lærte konseptene og prosedyrene, ser etter fordommer, utelatelser osv. Alt dette skjer når de planlegger en video om innholdet de har lært. Endelig knytter de sin nye forståelse til sine eksisterende kunnskaper og erfaringer, og utvikler ny mening. Slik avansert tenkning er utfordrende for barn og krever at læreren deltar aktivt. Oppgaver som hjelper elevene med å lære å syntetisere sine matematiske ideer, er:

- Bruke forskjellige representasjoner til å løse en matematisk oppgave og vise hvordan de er relaterte til hverandre, for eksempel ved å illustrere løsningen for $103 - 28$ ved hjelp av en åpen tallinje, en ti-base-modell og en symbolsk notasjon.
- Vise hvordan det nye matematiske konseptet er relatert til andre matematiske konsepter, for eksempel vise hvordan multiplikasjon er relatert til areal, gruppering, addisjon og telling.
- Vise hvordan det nye matematiske konseptet er relatert til dagliglivet, for eksempel ved å vise et eksempel på hvordan kunnskap om brøk hjelper elevene med å løse et problem i den virkelige verdenen. Elevene kan for eksempel animere dukker.

Avansert nivå

Kreative utforskninger

- Produksjon:** Det er åpent for forskjellige videoproduksjonsideer, men grunner seg på «ordentlig» videoproduksjon inklusive kameraarbeid og videoedigering.
- Mulige matematiske innhold:** Hva som helst matematisk innhold kan brukes her: dokumentasjon av en matematikktime/matematisk aktivitet; hva som helst undervisningsinnhold; å framstille matematikk med musikk og drama; ...

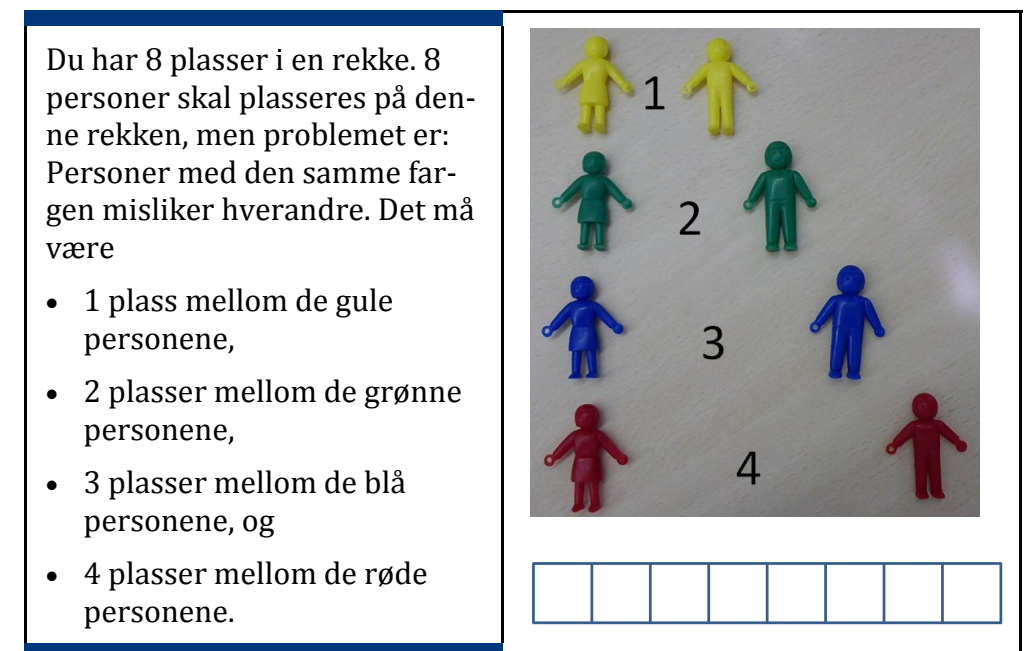
Det anbefales å vente med avanserte oppgaver til elevene har mestret begynner- og mellomnivået og har tilegnet seg tilstrekkelig kunnskap om videoproduksjon. Den er helt åpen for enhver form for videoproduksjon og alle typer matematikkoppgaver.

Hvis elevene allerede vet hvordan de produserer avanserte videoer, kan dette brukes til å introdusere hva som helst tema du vil undervise om. Teknikken er svært godt egnet for oppdagelsesoppgaver som å finne hverdagslige situasjoner relatert til den matematiske operasjonen eller det matematiske objektet som du vil introdusere. Som eksempel har vi produsert en video om geometriske figurer og tall i den tyske byen Potsdam:

<https://youtu.be/dYrnP6pf-Q>



Her kan du velge alle slags typer problemer. Det finnes mange forskjellige heuristiske strategier til problemløsning og muligheter til å visualisere både løsningsprosessen, løsningene og mye mer. Vi har prøvd det følgende problemet med lærerstudenter ved Universitetet i Ljubljana, men det ville også være passende for grunnskolen:



Du har 8 plasser i en rekke. 8 personer skal plasseres på denne rekken, men problemet er: Personer med den samme fargen misliker hverandre. Det må være

- 1 plass mellom de gule personene,
- 2 plasser mellom de grønne personene,
- 3 plasser mellom de blå personene, og
- 4 plasser mellom de røde personene.

Hvis elevene skal konsolidere eller vise sin kunnskap om et matematisk konsept som er nært knyttet til virkelige problemer, er det bedre å visualisere det med ekte mennesker som opptrer, og ikke bare med stop-motion animasjon. Et eksempel på dette ble produsert under prøvene med elever ved en hotell- og reiselivsskole i Coimbra i Portugal. Elevene ble bedt om å vise sin kunnskap om proporsjonalitet, da dette er nødvendig for å tilberede måltider på et hotell eller i en restaurant. De valgte å forklare hvordan en kokk kan skalere en oppskrift for ti personer opp til en gruppe på tjeto personer: <https://youtu.be/GtyRq7Mm-fA>

